

2024 年第十四届 MathorCup 数学应用挑战赛题目

A 题 移动通信网络中 PCI 规划问题

物理小区识别码(PCI)规划是移动通信网络中下行链路层上, 对各覆盖小区编号进行合理配置, 以避免 PCI 冲突、PCI 混淆以及 PCI 模 3 干扰等现象。PCI 规划对于减少物理层的小区间互相干扰(ICI), 增加物理下行控制信道(PDCCH)的吞吐量有着重要的作用, 尤其是对于基站小区覆盖边缘的用户和发生信号切换的用户, 能有效地降低信号干扰, 提升用户的体验。

在一个移动通信系统中, PCI 的数量是十分有限的, 但实际网络中小区的数量巨大, 因此必须对 PCI 进行复用, 这就带来了 PCI 资源的合理复用配置的问题。错误的 PCI 配置方式会显著地增加下行网络的 ICI, 从而会严重影响网络质量。为了降低 ICI, 在进行 PCI 规划时需要综合地考虑同频邻区之间的三种场景: PCI 冲突、PCI 混淆以及 PCI 模 3 干扰。

在无线通信系统中, 如果小区 i 的主控连接的设备同时可以接收到小区 j 的信号, 则称小区 j 为小区 i 的邻区。如果小区 j 与小区 i 的频点相同, 则小区 j 是小区 i 的同频邻区。如果小区 i 的某主控连接设备接收到小区 i 的信号强度 p_i 与邻区 j 的信号强度 p_j 的差小于等于给定门限 δ , 即 $p_i - p_j \leq \delta$, 则称小区 j 为小区 i 的重叠覆盖邻区。

PCI 冲突发生在主控小区和其同频邻区分配了相同的 PCI 的情况下, 如图 1 所示, 小区 1 和它的一个同频邻小区 2 被分配了相同的 PCI 值 A, 此时便会发生 PCI 冲突。应被小区 1 连接的用户设备可能会错误地连接到小区 2, 但小区 1 才是真正要连接的目标小区。由于对于用户设备来说很

难有效地区分场强相差不大的小区 1 和小区 2 的信号，错误的连接判断最终会导致无线信号服务的中断，最终导致下行网络资源的错误分配。

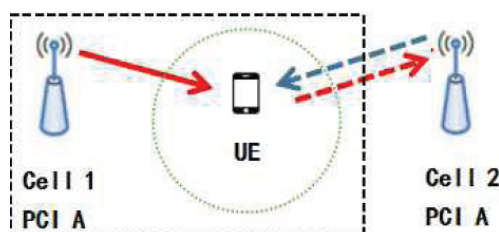


图 1: PCI 冲突的示意图

PCI 混淆通常发生在一个主控小区的两个或者多个同频邻区之间，如图 2 所示。设小区 1 的两个邻小区 2 和 3 被分配了相同的 PCI 值 B，当小区 1 中的用户由于移动等原因需要切换连接到小区 2 时，由于小区 2 和小区 3 的 PCI 相同，用户很可能错误的切换到小区 3。PCI 混淆会导致下行网络中的用户在进行服务切换时的信号中断和资源的错误分配。

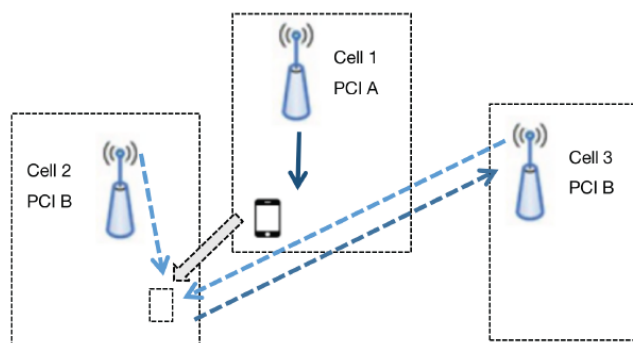


图 2: PCI 混淆的示意图

PCI 模 3 干扰发生在主控小区和其同频重叠覆盖邻区分配的 PCI 模 3 相同的情况下，如图 3 所示，小区 1 和它的一个同频重叠覆盖邻小区 2 被分配了模 3 相同的 PCI 值（例如小区 1 分配的 PCI 是 1，小区 2 分配的 PCI 是 7，则小区 1 和 2 的 PCI 模 3 的值相同，都是 1），此时便会发生 PCI 模 3 干扰。当 PCI 模 3 干扰现象发生时，由于小区 1 和小区 2 的参考信号的

相互叠加，用户设备接收的信号质量会明显的下降，同时这种现象会造成 CQI 的错误评估和下行网络的延迟。

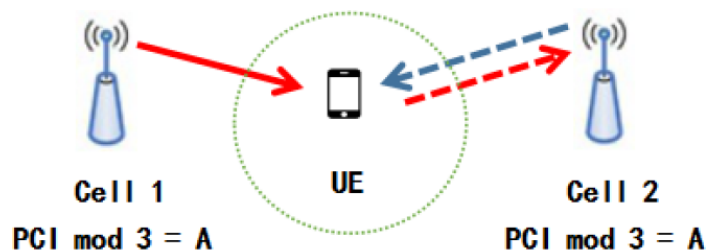


图 3: PCI 模 3 干扰的示意图

PCI 规划问题的目标就是，给每个小区分配 PCI，使网络中的 PCI 冲突、混淆和模 3 干扰的尽量的少。

实际网络中，表示 PCI 冲突混淆和模 3 干扰数量的方式有很多，可以用路测数据点的情况，也可以对整个城市进行栅格化用所有栅格的情况，这些方法中，网优部门最常用的就是测量报告（MR）数据。MR 数据是 UE 设备在通信过程中定时上报的报告，每条 MR 数据中，主要包括 UE 通信时接入的主控小区及接收到的邻区信息以及相应的信号强度值。由于测量报告是定间隔时间上报，因此 MR 数据的分布情况基本可以反映业务量的分布情况。同时，由于 MR 数据在时间和空间上的全面性，因此用 MR 数据的冲突、混淆和模 3 干扰的数量，来反映网络中的 PCI 指标，是比较准确的。

基于 MR 数据的 PCI 规划问题具体为：给定 N 个小区，遍历这些小区的全部 MR 数据，生成 3 个 $N \times N$ 的矩阵，分别为：

- 冲突矩阵 $A = [a_{ij}]_{N \times N}$ ，其中若小区 i 和 j 同频，则 a_{ij} 的值为小区 i 为主控， j 为邻区的 MR 数量，否则 a_{ij} 的值为 0。

- 混淆矩阵 $B = [b_{ij}]_{N \times N}$ ，其中若小区 i 和 j 同频，则 b_{ij} 的值为小区 i 和 j 同时为另一个小区 k 的邻区的 MR 数量，否则 b_{ij} 的值为 0。
- 干扰矩阵 $C = [c_{ij}]_{N \times N}$ ，其中若小区 i 和 j 同频，则 c_{ij} 的值为小区 i 为主控， j 为 i 的重叠覆盖邻区的 MR 数量，否则 c_{ij} 的值为 0。

若小区 i 和 j 分配相同的 PCI 值，则冲突数增加 $a_{ij} + a_{ji}$ ，混淆数增加 $b_{ij} + b_{ji}$ ，如果小区 i 和 j 分配的 PCI 模 3 的值相同，则模 3 干扰数增加 $c_{ij} + c_{ji}$ 。

实际网络中，总共可分配的 PCI 是 0 到 1007 共 1008 个。根据附件提供的数据，对某区域中 2067 个小区进行 PCI 规划。

问题 1：给这 2067 个小区重新分配 PCI，使得这 2067 个小区之间的冲突 MR 数、混淆 MR 数和模 3 干扰 MR 数的总和最少。

问题 2：考虑冲突、混淆和干扰的不同优先级，给这 2067 个小区重新分配 PCI，也是考虑这 2067 个小区之间的冲突、混淆和模 3 干扰。首先保证冲突的 MR 数降到最低，在此基础上保证混淆的 MR 数降到最低，最后尽量降低模 3 干扰的 MR 数。

实际网络中，给这 2067 个小区重新分配 PCI，会对这些小区以外的一些距离较近的小区产生影响，也就是这些小区和外围小区之间会产生冲突、混淆和模 3 干扰的 MR 数的变化。

问题 3：给这 2067 个小区重新分配 PCI，使得所有可能被影响到的小区间的冲突 MR 数、混淆 MR 数和模 3 干扰 MR 数的总和最少。

问题 4：考虑冲突、混淆和干扰的不同优先级，给这 2067 个小区重新分配 PCI，也是考虑所有可能被影响到的小区间的冲突、混淆和模 3 干扰。首先保证冲突的 MR 数降到最低，在此基础上保证混淆的 MR 数降到最低，

最后尽量降低模 3 干扰的 MR 数。

注：上面四个问题中，除了正常完成论文外，每个问题对 2067 个小区分配的 PCI 都填入“问题结果表.xlsx”文件对应的四个表单中，并单独上传至竞赛平台。